Utilisation de geogebra en tant que traceur de courbes

Exercice :

On donne un réel k.

On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation (E) : $\sin x = k(x^2+1)$ pour x appartenant à l'intervalle $]-2\pi;2\pi[$.

1) a) Conjecturer suivant les valeurs de k le nombre de solutions de l'équation (E) .

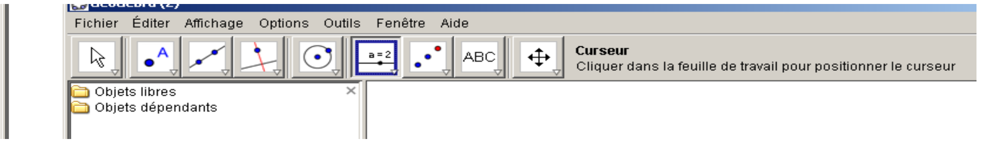
b) Si $k>0$, trouver une valeur approchée de k à 10^{-2} près pour laquelle l'équation (E) admet une solution unique.

2) a) Démontrer que les équations (E) : $\sin x = k(x^2+1)$ et (E') : $\sin x = -k(x^2+1)$ ont le même nombre de solutions.

b) Démontrer que pour $k < -\dfrac{1}{2}$ l' équation (E) n'a pas de solution.

Eléments de corrigé : Utilisation du logiciel Geogebra.

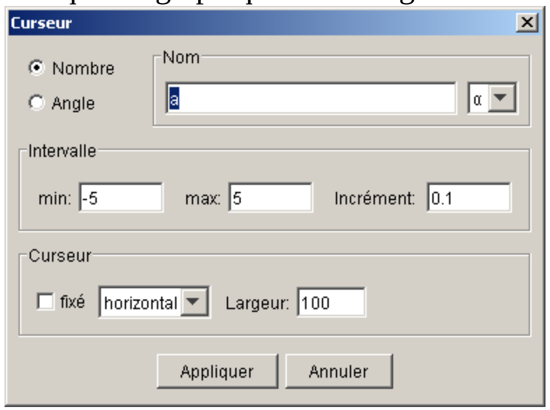
« On donne un réel *k*. » conduit dans ce logiciel à l'introduction d'un « curseur ». Il s'agit en fait d'une commande qui vous permet de faire varier k dans un intervalle donné, suivant un pas donné.



Se positionner alors en un point quelconque du graphique et renseigner le tableau qui apparaît.

Mettre k dans « nom » à la place de a. Laisser les bornes min et max à –5 et 5. L'incrément est le pas suivant lequel va varier k choisir 1 dans un premier temps.

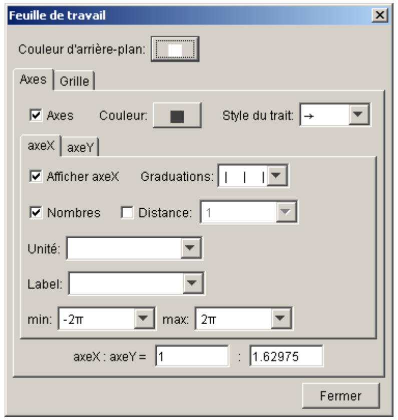
Un clic droit sur le curseur permet de modifier la définition du curseur et en particulier min, max et incrément.



« On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation (E) : $\sin x = k(x^2+1)$ **pour *x* appartenant à l'intervalle** $]-2\pi;2\pi[$ **»** conduit à tracer la courbe représentative de la fonction f :

$f(x) = \sin x - k(x^2+1)$.

Pour ce faire, on va définir un fenêtre graphique compatible avec l'ensemble de définition : aller dans le menu options et cliquer sur feuille de travail.



Fermer cette fenêtre après l'avoir renseignée (on a ici accès au nombre π à l'aide de la flèche de min et max) .

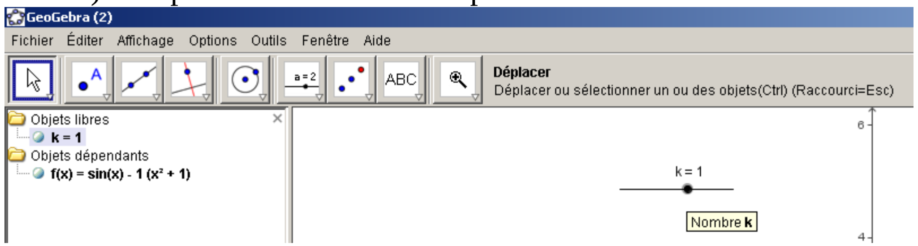
Positionner le curseur du clavier en bas de page à « saisie » et taper $f(x) = \sin(x) - k*(x\wedge 2+1)$.

On peut accéder à la fonction sinus à l'aide de la première flèche dans la barre de saisie.

Après appui sur la touche entrée la courbe C_f se dessine à l'écran pour la valeur indiquée du curseur.

« Conjecturer suivant les valeurs de *k* le nombre de solutions de l'équation (E) . » conduit à faire varier la valeur de k à l'aide du curseur.

Pour cela cliquer sur le premier bouton de la barre (celui qui est muni d'une flèche) et déplacer avec la souris le point k du curseur.



La courbe se modifie au fur et à mesure du déplacement du curseur.

On peut obtenir le dessin de toutes les courbes en activant la fonction « TRACE » : Après avoir activé le premier bouton (flèche) faire un clic gauche sur la courbe puis un clic droit qui fait apparaître une fenêtre intitulée propriété et dans l'onglet « basique » cocher « trace » ….bouger alors le curseur comme précédemment….joli n'est-ce pas ?

Il est alors nécessaire d'affiner la conjecture en redéfinissant le curseur : clic droit sur celui-ci et « propriétés »…on ouvre ainsi la fenêtre permettant de modifier bornes et incrément. Une variation de *k* entre 0 et 1 avec un incrément de 0,1 permet d'avancer vers un conjecture.

***k* >0, trouver une valeur approchée de *k* à 10^{-2} près pour laquelle l'équation (E) admet une solution unique**.
On sait maintenant modifier les valeurs de *k* pour augmenter la précision.
Min et max à 0,4 et 0,5 avec 0,01 pour incrément.
Il ne faut pas hésiter a effectuer des agrandissements successifs pour grossir la zone intéressante. Cela se fait avec le dernier bouton de la barre (il porte quatre flèches).